HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 – THANH HÓA

Bài 1: (2.0 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) x - 1 = 0

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$a)\, x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$, Ta có a + b + c = 1 + (-3) + 2 = 0

Theo định lý Viet phương trình có hai nghiệm:

$x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$

2) Giải hệ pt: $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases} <=> \begin{cases} 3x = 9 \\ x + y = 2 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 3 \\ 3 + y = 2 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

Bài 2: (2.0 điểm) Cho biểu thức**:** A = $\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2}$

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A

2) Tìm giá trị của a; biết $A < \frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải:

$$A = \frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2}\frac{1}{2}$$

1) + Biểu thức A xác định khi:

$$\begin{cases} a \ge 0 \\ 2+2\sqrt{a} \ne 0 \\ 2-2\sqrt{a} \ne 0 \\ 1-a^2 \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \ge 0 \\ 2\left(1+\sqrt{a}\right) \ne 0 \\ 2\left(1-\sqrt{a}\right) \ne 0 \\ (1-a)(1+a) \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \ge 0 \\ \forall a \ge 0 \\ a \ne 1 \\ a \ne 1; a \ne -1 \end{cases} \Rightarrow a \ge 0; a \ne 1$$

+ Rút gọn biểu thức A:

$$A = \frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2}$$

$$A = \frac{1}{2\left(1+\sqrt{a}\right)} + \frac{1}{2\left(1-\sqrt{a}\right)} - \frac{a^2+1}{\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}\right)(1+a)}$$

$$A = \frac{\left(1-\sqrt{a}\right)(1+a) + \left(1+\sqrt{a}\right)(1+a) - 2\left(a^2+1\right)}{2\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}\right)(1+a)}$$

$$A = \frac{1+a-\sqrt{a}-a\sqrt{a}+1+a+\sqrt{a}+a\sqrt{a}-2a^2-2}{2\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}\right)(1+a)}$$

$$A = \frac{2a-2a^2}{2\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}\right)(1+a)} = \frac{2a(1-a)}{2(1-a)(1+a)} = \frac{a}{1+a}$$

2) $A < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{1+a} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{1+a} - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \frac{2a-1}{3(1+a)} < 0 \Rightarrow \frac{2a-1}{(1+a)} < 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2a-1 > 0 \\ a+1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ a < -1 \end{cases} \\ \begin{cases} 2a-1 < 0 \\ a+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < \frac{1}{2} \\ a > -1 \end{cases} \Rightarrow -1 < a < \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Có: $\begin{cases} 2a-1 > 0 \\ a+1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{2} \\ a < -1 \end{cases}$ (Không tồn tại a)

Kết hợp với điều kiện ta có: $0 \le a < \frac{1}{2}$ thì $A < \frac{1}{3}$

<u>Bài 3</u>: (2.0 điểm)

1) Cho đường thẳng (d): y = ax + b. Tìm a; b để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1; 3) và song song với đường thẳng (d'): y = 5x + 3

2) Cho phương trình $ax^2 + 3(a + 1)x + 2a + 4 = 0$ (x là ẩn số). Tìm a để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$

Hướng dẫn giải:

1) Đường thẳng (d): y = ax + b đi qua điểm A (-1 ; 3), nên ta có:

$3 = a(-1) + b \Rightarrow -a + b = 3$ (1)

\+ Đường thẳng (d): y = ax + b song song với đườngthẳng (d'):

y = 5x + 3, nên ta có $\begin{cases} a = 5 \\ b \neq 3 \end{cases}$ (2)

Thay a = 5 vào (1) => -5 + b = 3 => b = 8 (thoả mãn $b \neq 3$)

Vậy a = 5, b = 8.

Đườngthẳng (d) là: y = 5x + 8

2) + Với a = 0, ta có phương trình 3x + 4 = 0 $\Rightarrow x = \frac{-4}{3}$. Phương trình có một nghiệm $x = \frac{-4}{3}$ (Loại)

\- Với $a \neq 0$.

Ta có: $\Delta = 9(a+1)^2 - 4a(2a+4) = (a+1)^2 + 8 > 0 \forall a$

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi a

Theo hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-3(a+1)}{a} \\ x_1x_2 = \dfrac{2a+4}{a} \end{cases}$$

Theo đầu bài:

$x_1^2 + x_2^2 = 4 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4$. Thay vào ta có:

$$\frac{9(a+1)^2}{a^2} - \frac{2(2a+4)}{a} = 4$$

$$\Rightarrow 9(a+1)^2 - 2a(2a+4) = 4a^2$$

$$\Rightarrow 9a^2 + 18a + 9 - 4a^2 - 8a - 4a^2 = 0$$

$\Rightarrow a^2+10a+9=0$. Nhận thấy: hệ số a – b + c = 1 – 10 + 9 = 0

Phương trình có hai nghiệm:

a_1 = -1 (thoả mãn) và $a_2=\frac{-c}{a}=\frac{-9}{1}=-9$ (thoả mãn)

Kết luận: $\left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=-9 \end{array}\right.$

Bài 4: (3.0 điểm)

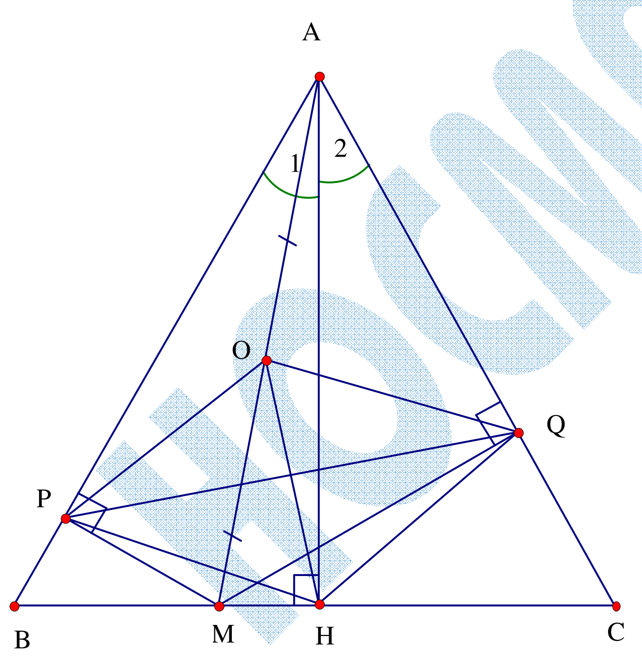
Cho tam tam giác đều ABC có đường cao AH. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kỳ (M không trùng B; C; H) Từ M kẻ MP; MQ lần lượt vuông góc với các cạnh AB; AC (P thuộc AB; Q thuộc AC).

1) Chứng minh: Tứ giác APMQ nội tiếp đường tròn

2) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ. Chứng minh OH ⊥ PQ

3) Chứng minh rằng: MP +MQ = AH

Hướng dẫn giải:



1) Chứng minh tứ giác APMQ nội tiếp đường tròn:

Xét tứ giác APMQ có:

MP ⊥ AB(gt) => $\widehat{MPA}=90^0$

MQ ⊥ AC(gt) => $\widehat{MQA}=90^0$

$\Rightarrow \widehat{MPA} + \widehat{MQA} = 90^o + 90^o = 180^o$

$\Rightarrow$ Tứ giác APMQ nội tiếp đường tròn đường kính AM.

2) Dễ thấy O là trung điểm của AM.

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ là đường tròn tâm O, đườngkính AM.

OP = OQ $\Rightarrow$ O thuộc đườngtrung trực của PQ (1)

$AH \perp BC \Rightarrow \widehat{AHM} = 90^o$ $\Rightarrow$ OH = OA = OM $\Rightarrow$ A thuộc đườngtròn ngoài tiếp tứ giác APMQ

Xét đườngtròn ngoài tiếp tứ giác APMQ, ta có:

Δ ABC đều, có AH $\perp$ BC $\Rightarrow$ $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (t/c)

$\Rightarrow$ $\widehat{PMH} = \widehat{HQ}$ (hệ quả về góc nội tiếp)

$\Rightarrow$ HP = HQ (tính chất)

$\Rightarrow$ H thuộc đườngtrung trực của PQ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ OH là đườngtrung trực của PQ $\Rightarrow$ OH $\perp$ PQ (ĐPCM)

3) Chứng minh rằng MP + MQ = AH

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AH.BC}{2}$ (1)

Mặt khác: $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta MAB} + S_{\Delta MAC} = \dfrac{MP.AB}{2} + \dfrac{MQ.AC}{2}$ (2)

Do Δ ABC là tam giác đều (gt) $\Rightarrow$ AB = AC = BC (3)

Từ (1) , (2) và (3) $\Rightarrow$ MP + MQ = AH (ĐPCM)

<u>Bài 5</u>: (1.0 điểm)

Cho hai số thực a; b thay đổi, thoả mãn điều kiện: a + b $\geq$ 1 và a > 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
A = $\dfrac{8a^2 + b}{4a} + b^2$

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$A = \frac{8a^2 + b}{4a} + b^2 = 2a + \frac{b}{4a} + b^2 = 2a - \frac{1}{4} + \frac{b}{4a} + \frac{1}{4} + b^2$$

$\Rightarrow A = 2a - \frac{1}{4} + \frac{a+b}{4a} + b^2$. Do a + b ≥ 1 $\Rightarrow$ a ≥ 1 - b

$$\Rightarrow A \ge 2a - \frac{1}{4} + \frac{1}{4a} + b^2 = a + \frac{1}{4a} + b^2 + a - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow A \ge a + \frac{1}{4a} + b^2 + 1 - b - \frac{1}{4} = a + \frac{1}{4a} + \frac{4b^2 - 4b + 3}{4} = a + \frac{1}{4a} + \frac{(2b-1)^2 + 2}{4}$$

Do a > 0, theo bất đẳng thức Cauchy, ta có: $a + \frac{1}{4a} \ge 2\sqrt{a.\frac{1}{4a}} = 1$ (1)

Do $(2b-1)^2 \ge 0 \Rightarrow (2b-1)^2 + 2 \ge 2 \Rightarrow \frac{(2b-1)^2 + 2}{4} \ge \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A \ge \frac{3}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi:

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a = \frac{1}{4a} \\ 2b - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = \frac{1}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là: $A_{\min} = \frac{3}{2}$ khi $a = b = \frac{1}{2}$

Nguồn: Hocmai.vn